

Logique combinatoire

I. Présentation

La logique combinatoire réalise des opérations (algèbre de boole) en base 2. Les niveaux des signaux en entrée et en sortie sont soit à un niveau logique bas « L » (*low*) ou un niveau logique haut « H » (*high*). Pour des raisons pratiques, on utilise (en France) les symboles « 1 » pour le niveau haut et « 0 » pour le niveau bas. Le support de l'information (bas ou haut) de ces variables binaires est la différence de potentiel (d.d.p.) appelé tension. Les valeurs de ces tensions dépendent de la technologie utilisée pour réaliser ces opérations logiques. Ces opérations logiques

Exemple: correspondance entre les niveaux logiques et les tensions en technologie TTL (ou compatible) et CMOS

Technologie	TTL	CMOS
Niveau logique	Tension	Tension
BAS	0V	0V
HAUT	+5V	+ 3V à +18V

II. Opérateurs logiques élémentaires

Il y a 4 opérateurs logiques de base. A partir de ces 4 opérateurs logiques on peut réaliser toutes les autres opérations logiques quelque soit leur complexité. Tous les opérateurs logiques sont "gravés" dans du silicium et donc disponibles dans des composants. En électronique, on utilise l'expression porte logique (*gate*) plutôt que l'expression opérateur.

Opérateur OUI Opérateur OU
 $S = E$ $S = a$ (ou) $b = a + b$

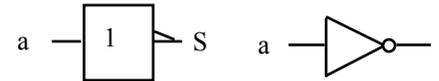
Opérateur NON Opérateur ET
 $S = \bar{E}$ (ou /E) $S = a$ et $b = a \cdot b$

III. Porte logique NON

1. Equation

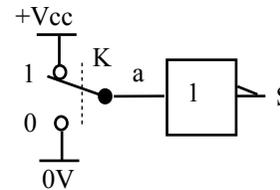
$$S = \bar{E} \text{ (ou /E)}$$

2. Symbole



3. Table de vérité et tableau de Karnaugh

La table de vérité et le tableau de Karnaugh sont des représentations graphiques de l'équation booléenne.



Le niveau logique de la variable "a" est obtenu en positionnant l'interrupteur K sur la position 1 (niveau haut), ou sur la position 0 (niveau bas). Pour des raisons de simplification des logigrammes, les interrupteurs ne sont pas généralement représentés

tableau de Karnaugh (2 représentations)

table de vérité

a	S
0	1
1	0

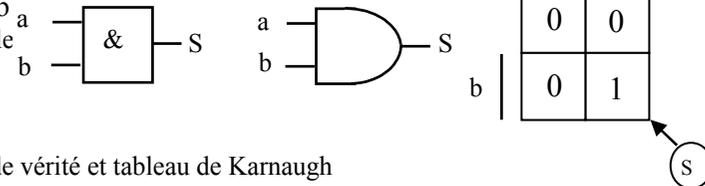


IV. Porte logique ET

1. équation

$$S = a \cdot b$$

2. Symbole

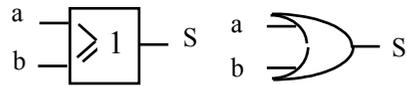


3. Table de vérité et tableau de Karnaugh

b	a	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

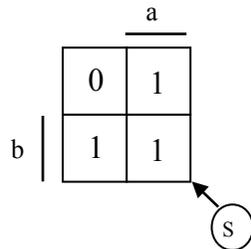
V. Porte logique OU

- Equation
 $S = a + b$
- Symbole



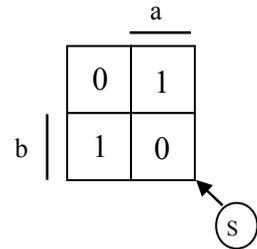
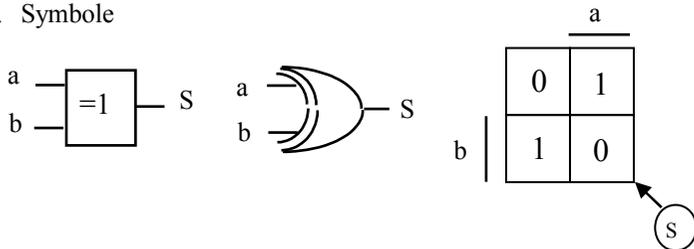
- Table de vérité et tableau de Karnaugh

b	a	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



VI. Porte OU exclusif

- équation
 $S = a \oplus b = a \cdot (/b) + (/a) \cdot b$
- Symbole

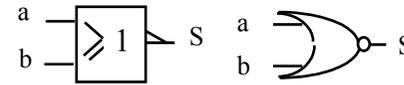


- Table de vérité et tableau de Karnaugh

b	a	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

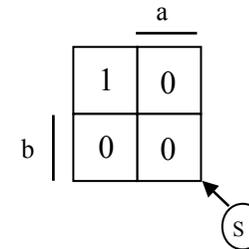
VII. Porte OU-NON (NOR)

- équation
 $S = /(a + b)$
- Symbole



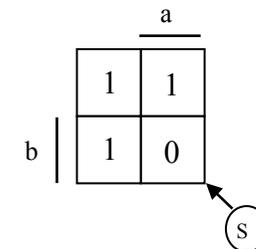
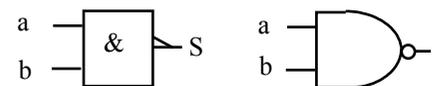
- Table de vérité et tableau de Karnaugh

b	a	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



VIII. Porte ET-NON (NAND)

- équation
 $S = /(a \cdot b)$
- Symbole



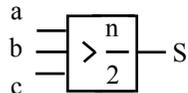
- Table de vérité et tableau de Karnaugh

b	a	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

IX. Autres fonctions logiques

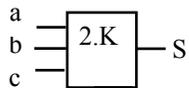
1. Opérateur majorité: (voteur)

La sortie de l'opérateur majorité est activé (niveau logique haut si le nombre d'entrées au niveau haut est supérieur au nombre d'entrées au niveau bas. Le nombre d'entrées est forcément impaire.



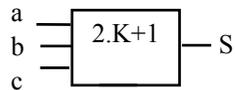
2. Opérateur parité:

La sortie de l'opérateur parité est activé (niveau logique haut) si le nombre des entrées à l'état haut est impaire.



3. Opérateur imparité:

La sortie de l'opérateur imparité est activé (niveau logique haut) si le nombre des entrées à l'état haut est paire.



X. Théorème de De Morgan

$$\overline{(A * B)} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{(A+B)} = \overline{A} . \overline{B}$$

XI. Identités remarquables

$$a + \overline{a} = 1$$

$$b . 0 = 0$$

$$a + 0 = a$$

$$a . \overline{a} = 0$$

$$\overline{a} . b + a . \overline{b} = a \oplus b$$

$$a + 1 = 1$$

$$b . 1 = b$$

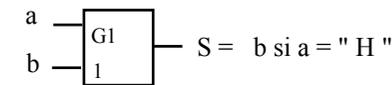
$$a . b + \overline{a} . \overline{b} = \overline{(a \oplus b)}$$

$$b . \overline{b} = 0$$

XII. Notions de dépendance

1. Dépendance ET:

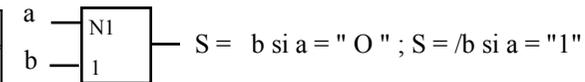
a	S
0	0
1	b



C'est une autre façon de représenter la fonction ET. La sortie est active: elle recopie le niveau logique de la variable "b", si la variable a est active (a = "H"). La dépendance ET est réalisé grâce à la porte logique ET.

1. Dépendance NEGATION:

a	S
0	b
1	\overline{b}



La sortie S recopie le niveau logique de la variable "b" si la variable a est inactive (a = "L".) La sortie S recopie le complément du niveau logique de la variable "b" si la variable a est active (a = "H"). La dépendance Négation est réalisé grâce à la porte logique OU exclusif.

XIII. Simplifications des équations

Les équations des sorties en fonction des entrées peuvent être complexes. Il est souvent possible de les simplifier en utilisant le théorème de De Morgan ou grâce au tableau de Karnaugh. On peut également simplifier les équations en utilisant une méthode algébrique.