

Résistance thermique et température de mur

(du site web de l'université du Mans; merci à eux)

http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_E_M10_G01_08/co/NLP_E_M10_G01_08.html

Énoncé

On considère un mur constitué, de l'intérieur vers l'extérieur, de $e_1 = 6\text{cm}$ de matériau isolant de conductibilité thermique $K_1 = 0,04\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, et de $e_2 = 15\text{cm}$ de béton de conductibilité thermique $K_2 = 1,75\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$. Il n'y a pas de chauffage interne dans le mur.

On admet les valeurs conventionnelles des échanges thermiques superficiels, c'est à dire que les coefficients d'échanges thermiques de surface, qui résultent des échanges convectifs et radiatifs, valent $h_i = 1/0,11\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ pour la paroi intérieure, et $h_e = 1/0,06\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ pour la paroi extérieure. Le local est chauffé et le mur a atteint un régime permanent établi. La température extérieure vaut 2°C , et la température intérieure est stabilisée à 18°C .

1. Calculer la résistance et la conductibilité thermiques du mur.
2. Calculer les déperditions thermiques à travers ce mur.
3. Calculer les températures des surfaces et à l'interface des matériaux.

Aide simple

On utilise l'analogie entre résistance thermique R_{th} et résistance électrique R_e . On s'inspire de cette analogie pour définir la résistance équivalente de résistances en série.

Solution détaillée

1. Les échanges thermiques étant tous linéarisés en fonction des températures, on utilise l'analogie entre résistance thermique R_{th} et résistance électrique R_e :

$\Delta U = R_e I$ est analogue à $\Delta T = R_{th} \phi$, si ϕ est le flux de chaleur à travers le mur et ΔT la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur $T_i - T_e$.

Comme en électricité, les résistances s'additionnent en série. La résistance thermique R_{th} du mur est donc la somme des résistances thermiques des matériaux et de surface :

$$R_{th} = \frac{1}{h_i} + \sum_i \frac{e_i}{K_i} + \frac{1}{h_e}$$

Numériquement, on obtient :

$$R_{th} = 0,06 + \frac{0,06}{0,04} + \frac{0,15}{1,75} + 0,11 = 1,756\text{m}^2\text{K}^{-1}\text{W}^{-1}$$

La conductibilité thermique K du mur est l'inverse de sa résistance: $K = 0,57\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$

2. La densité de flux de chaleur à travers ce mur vaut

$$\phi = K (T_i - T_e) = 0,57 (18 - 2) = 9,12 \text{ Wm}^{-2}$$

3. Calcul des températures des surfaces et à l'interface des matériaux.

On calcule à partir du côté intérieur. En régime permanent établi, le flux est constant à travers le mur, et connaissant une température, on déduit la suivante connaissant le flux et la résistance thermique à l'origine de cette différence de température.

Ainsi, la température de surface du mur intérieur vaut :

$$T_{si} = T_i - \frac{\phi}{h_i} = 18 - 9,12 \times 0,11 = 17^\circ\text{C}$$

Puis, la température à l'interface entre le matériau isolant et le béton vaut :

$$T_{interf} = T_{si} - \frac{e_1 \phi}{K_1} = 17 - \frac{0,06 \times 9,12}{0,04} = 3,3^\circ\text{C}$$

Enfin, la température de surface du mur extérieur vaut :

$$T_{se} = T_{interf} - \frac{e_2 \phi}{K_2} = 3,3 - \frac{0,15 \times 9,12}{1,75} = 2,5^\circ\text{C}$$